	CIFRAS SIGNIFICATIVAS **CÁLCULO DE ERRORES**	**IES La Magdalena.** **Avilés. Asturias**

CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Podíamos definir las cifras significativas como ***aquellas que tienen significado*** (nos aportan información) sobre el resultado de una medición. Son significativas la cifra afectada por la incertidumbre (último dígito) y las situadas a su izquierda, que no sean ceros.

9,43 g → 3 cifras significativas (c.s.)

La última cifra, aunque es significativa (apreciamos décimas de gramo), ya no es segura. Está afectada por la incertidumbre de la medida.

0,030 s → 2 (c.s.). El cero a la derecha sí es significativo (apreciamos milésimas de segundo).

Los ceros a la izquierda no son significativos, solo sirven para situar la coma.

Las cifras significativas nos aportan una idea de la precisión de la medida. En los ejemplos anteriores vemos que hemos medido la masa con una balanza que aprecia centésimas de gramo y, el tiempo, con un cronómetro que aprecia milésimas de segundo.

> ***No tiene sentido incluir en el resultado de una medición más cifras significativas que las afectadas por el error (incertidumbre en la medida).***

Al escribir números del tipo 25 000 puede haber duda sobre el número de cifras significativas. Normalmente los ceros, en estos casos, no son significativos (el ejemplo tendría, pues, 2 c.s.), aunque si está escrito en notación científica la duda deja de existir:

$2{,}5\ 10^4$	$2{,}50\ 10^4$	$2{,}500\ 10^4$	$2{,}5000\ 10^4$
2 c. s.	3 c. s.	4 c. s.	5 c. s.

Operaciones aritméticas con cifras significativas

- **Suma y resta**

Al sumar o restar, el resultado ha de tener un <u>número de decimales</u> igual al del dato que tenga <u>menor número de decimales.</u>

Ejemplo:

Resultado de la suma con dos decimales

(5,423 + 6,340+ 7,45+ 6,540) g = 25,75 g

Número con menor número de decimales (2)

- **Multiplicaciones y divisiones**

Al multiplicar o dividir *el resultado ha de tener un número de <u>cifras significativas</u> igual al del dato que tenga <u>menor número de cifras significativas.</u>*

Ejemplo:

Resultado con tres cifras significativas

(5,423 x 6,340x 7,45) m = 256 m

Número con menor número de cifras significativas (3)

Al multiplicar o dividir por un número entero el resultado tiene el mismo número de cifras significativas que el dato multiplicado o dividido.

Ejemplo: 1,4 cm x 2 = 2,8 cm ; $\frac{1{,}4\ \text{cm}}{2} = 0{,}70\ \text{cm}$

CÁLCULO DE ERRORES

Error absoluto

Una manera muy sencilla de estimar el error cometido es calculando ***el error absoluto que es la diferencia entre el valor medido o calculado y el valor verdadero:***

$$\boxed{E_a = V_{\text{medido o calculado}} - V_{\text{verdadero}}}$$

Si el error absoluto calculado según la expresión anterior es positivo indica que el valor obtenido tiene un error por exceso (el valor de la medida es superior al valor verdadero).

Si el error absoluto calculado según la expresión anterior es negativo indica que el valor obtenido tiene un error por defecto (el valor de la medida es inferior al valor verdadero).

El error se expresa con una sola cifra significativa, salvo que sea un 1, entonces está permitido la expresión con dos cifra significativas.

Ejemplos: Error: 0,067 . Se aproxima a 0,07

Error: 1,68. Se aproxima a 1,7

El resultado de la medida se expresa de la siguiente forma:

$$\boxed{x \pm \Delta x}$$

Error absoluto. Incertidumbre de la medida.
Se expresa con una sola cifra significativa

La precisión de la medida no puede ser mayor que la del error (sería absurdo conservar cifras significativas situadas más allá de la incertidumbre). A la hora de expresar el resultado de la medida es necesario, por tanto, ajustar el número de cifras significativas de la medida a las de la incertidumbre.

Ejemplos:

Medida	Incertidumbre (error)	Expresión
2,34 g	0,2 g	2,3 ± 0,2 g
4,542 s	0,003 s	4,542 ± 0,003 s
5436 m	20 m	5440 ± 20 m
15,3 mL	2 mL	15 ± 2

$$\left.\begin{array}{l} 5{,}436\,.10^3 \\ 0{,}020\,.10^3 \approx 0{,}02\,.10^3 \end{array}\right\}(5{,}44 \pm 0{,}02)\,10^3 = 5440 \pm 20\text{ m}$$

Expresar medida y error en notación científica

Ajustar la medida al número de cifras significativas del error (expresado con una c.s)

Si se ha realizado una solo medida o, debido a la imprecisión del aparato de medida, todas las medidas dan el mismo resultado ***se toma como error la imprecisión del aparato de medida.***

Ejemplo:

Al medir la longitud de una mesa, con una cinta métrica que aprecia milímetros, se ha obtenido 1,250 m. Expresar la medida y su incertidumbre (error).

$$\boxed{L = 1{,}250 \pm 0{,}001\text{m}}$$

Precisión de la cinta métrica (1 mm)

La incertidumbre nunca puede ser inferior a la del aparato de medida. En caso de que esto suceda se pone como error la imprecisión del aparato de medida.

Error relativo

El error absoluto no nos da idea de la calidad de la medida realizada, ya que no es lo mismo cometer un error de 1 cm al medir la longitud de una mesa que el largo de una cancha de balonmano, por ejemplo.

Para determinar la calidad de la medida realizada se utiliza el error relativo (que normalmente se da en tanto por ciento) y que se define como:

Valor absoluto del error absoluto (siempre positivo)

$$\boxed{E_r = \frac{|E_a|}{V_{verdadero}} \text{ x } 100}$$

Valor verdadero

Ejemplo:

Se considera que la capacidad de un recipiente cilíndrico es de 52 mL (valor verdadero). Calcular el error absoluto y relativo cometido si, mediante cálculo, se ha obtenido como valor para su capacidad 48,5 mL

$$E_a = V_{\text{medido o calculado}} - V_{verdadero} = (48,5 - 50)\text{ mL} = -1,5\text{ mL}$$

$$E_r = \frac{|E_a|}{V_{verdadero}} \text{ x } 100 = \frac{1,5\cancel{\text{mL}}}{50\ \cancel{\text{mL}}} \text{x} 100 = 3\ \%$$

$$\boxed{V = 49 \pm 2\text{ mL}}$$

Incertidumbre con una sola c.s.

Medidas repetidas

Muchas veces la dificultad está en que no se conoce el verdadero valor. Una solución es efectuar varias medidas y tomar como verdadero valor la media aritmética de las mismas.

Ejemplo:

Al medir el periodo de un péndulo (con un cronómetro que aprecia milésimas de segundo) se han obtenido los siguientes valores (ver tabla).

Medidas	T (s)
1	1,880
2	2,005
3	1,987
4	2,150
5	1,876
Media	**1,980**

La incertidumbre de la media viene dada por la desviación típica de la media:

$$\boxed{\sigma_m = \sqrt{\frac{\Sigma\,(xi - \overline{x})^2}{n\,(n-1)}}}$$

$x_i = \text{medida i}$

$\overline{x} = \text{media}$

$n = \text{número de datos}$

Para el ejemplo: $\sigma_m = 0,05\text{ s}$ $\boxed{T = 1,98 \pm 0,05\text{ (s)}}$

En este caso, y con el fin de minimizar el error, es muy corriente tomar el tiempo que el péndulo tarda en dar cinco oscilaciones en vez de una:

Medidas	t (s)
1	7,216
2	7,218
3	7,207
4	7,170
5	7,191
Media	**7,200**
T(s)	**1,440**

Si calculamos la incertidumbre de la media (tiempo que tarda en dar cinco oscilaciones), para calcular el periodo deberemos dividir por cinco. El error, también quedará dividido por cinco (ver apartado *Propagación de errores*, caso de una sola variable).

Hay que tener en cuenta que si, como resultado del cálculo, obtenemos un error inferior a la precisión del aparato de medida pondremos como incertidumbre de la medida la precisión del aparato.

$$\left.\begin{aligned}\sigma_m &= 0{,}00897\ \text{s}\\ \frac{\sigma_m}{5} &= 0{,}00179\ \text{s}\end{aligned}\right\}\ \boxed{T = 1{,}440 \pm 0{,}002\ \ (\text{s})}$$

Otra opción puede ser tomar como incertidumbre de la medida el error absoluto máximo. Esto es, considerar el error absoluto de la medida que más se aleje de la media.

En este caso 7,170 s (T= 1,434 s)

$$E_a = V_{\text{medido o calculado}} - V_{\text{verdadero}} = (1{,}434 - 1{,}440)\ \text{s} = -\,0{,}006\ \text{s}$$

$$E_r = \frac{|E_a|}{V_{\text{verdadero}}}\ \text{x}\ 100 = \frac{0{,}006\ \cancel{\text{s}}}{1{,}440\ \cancel{\text{s}}}\ \text{x}100 = 0{,}004\ \%$$

$$\boxed{T = 1{,}440 \pm 0{,}006\ \ (\text{s})}$$

Como puede observarse este método ***da errores bastante mayores*** que si usamos como medida de la incertidumbre la incertidumbre de la media.

Otra posibilidad (aunque requiere más cálculos) consiste en considerar como error la media de los errores cometidos:

Medidas	t (s)	E_a (s)
1	7,216	0,016
2	7,218	0,018
3	7,207	0,007
4	7,170	-0,030
5	7,191	-0,009
Media	**7,200**	**0,002**
T(s)	**1,440**	

Como para obtener el periodo tenemos que dividir por cinco (se ha contado el tiempo que tarda en dar cinco oscilaciones), el error también quedará dividido por cinco:

Ea = 0,0004 s.

Como el error es inferior a la precisión del aparato de medida, tomamos como incertidumbre de la medida la precisión del aparato (0,001 s)

$$\boxed{T = 1{,}440 \pm 0{,}001\ \ (\text{s})}$$